

# Klausur

## Grundgebiete der Elektrotechnik 3

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Jens-Rainer Ohm

18.08.2020

09:00h

**Erlaubte Hilfsmittel:**

Formelsammlung Grundgebiete Elektrotechnik 3, eine leere Folie

Gegeben sei ein LTI-System mit der Impulsantwort

$$h(t) = \text{rect}(t) * \delta(t - T) + \text{rect}\left(\frac{t}{2T}\right) * \delta(t - 3), \quad \text{mit } T \neq 0 \text{ reell.}$$

1 Pkt.     1.1     Geben Sie alle Werte  $T$  an, für die das System kausal ist.

Im Folgenden gelte  $T = 1$ .

2 Pkt.     1.2     Skizzieren<sup>(1)</sup> Sie  $h(t)$  und  $h\left(\frac{-t+2}{2}\right)$ .

1,5 Pkt.     1.3     Skizzieren<sup>(1)</sup> Sie  $g(t) = \text{rect}(t) * h(t)$ .

2,5 Pkt.     1.4     Berechnen Sie die Sprungantwort  $h_\varepsilon(t)$  mit Hilfe des Faltungsintegrals.

Ein weiteres LTI-System  $h_1(t)$  antwortet auf  $s_1(t) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \text{rect}\left(t - n - \frac{1}{2}\right)$  mit  $g_1(t) = (t - 1) \cdot \text{rect}\left(t - \frac{3}{2}\right) + \varepsilon(t - 2)$ .

2 Pkt.     1.5     Bestimmen Sie  $h_1(t)$ .

1 Pkt.     1.6     Ist das System  $h_1(t)$  stabil, ist es kausal?<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup>Skizze mit Angabe aller charakteristischen Werte

<sup>(2)</sup>Begründung erforderlich

Gegeben seien die folgenden Impulsantworten zweier LTI-Systeme:

$$h_1(t) = 4 \cos(4t) \varepsilon(t) ; \quad h_2(t) = 4 \cos(4t) \varepsilon(-t) .$$

1,5 Pkt.    2.1    Bestimmen Sie die beiden Laplace-Transformierten  $H_1(p)$  und  $H_2(p)$ .

1,5 Pkt.    2.2    Skizzieren<sup>(1)</sup> Sie die zugehörigen Pol-/Nullstellendiagramme.

1 Pkt.    2.3    Warum existiert keine Laplace-Transformierte von  $h(t) = h_1(t) + h_2(t)$ ?<sup>(2)</sup>

Gegeben sei nun ein kausales LTI-System mit  $H_3(p) = \frac{5p^2 + 11}{(p + j)(p - j)(p + 2j)(p - 2j)}$ .

2 Pkt.    2.4    Führen Sie eine Partialbruchzerlegung von  $H_3(p)$  durch.

1 Pkt.    2.5    Geben Sie  $h_3(t)$  an.

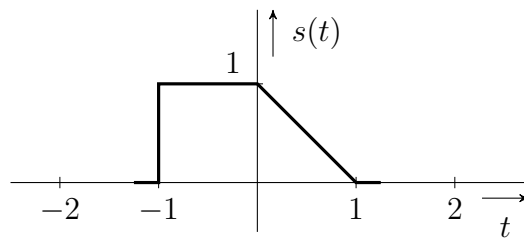
1 Pkt.    2.6    Ist das System  $h_3(t)$  stabil?<sup>(2)</sup>

2 Pkt.    2.7    Bestimmen Sie  $h_4(t) = \mathcal{L}^{-1}\{p \cdot H_3(p)\}$ .

<sup>(1)</sup>Skizze mit Angabe aller charakteristischen Werte einschließlich Konvergenzbereich

<sup>(2)</sup>Begründung erforderlich

Gegeben ist das Signal  $s(t)$ .



1 Pkt. 3.1 Skizzieren<sup>(1)</sup> Sie  $s_g(t)$  und  $s_u(t)$ .

3 Pkt. 3.2 Berechnen Sie die Fourier-Transformierte  $S_u(f)$  mittels Fourier-Integral.

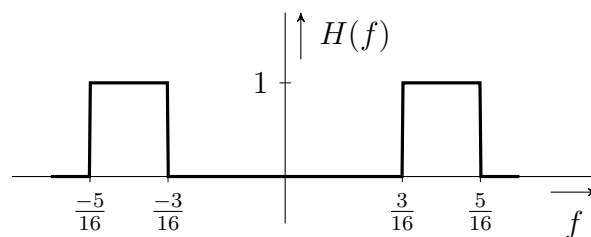
Gegeben sei nun das Signal  $s_1(t)$  und dessen periodische Fortsetzung  $s_{1,p}(t)$ :

$$s_1(t) = \Lambda\left(\frac{t-2}{2}\right); \quad s_{1,p}(t) = s_1(t) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - 8n).$$

2 Pkt. 3.3 Bestimmen Sie  $S_1(f)$  und die Energie  $E_{s_1}$ .

2 Pkt. 3.4 Geben Sie die Fourier-Reihenkoeffizienten  $S_{1,p}(k)$  allgemein an und bestimmen Sie den Wert für  $k = 0$ .

Nun wird  $s_{1,p}(t)$  über ein System mit folgender Übertragungsfunktion  $H(f)$  übertragen.



2 Pkt. 3.5 Bestimmen Sie  $g_{1,p}(t) = s_{1,p}(t) * h(t)$ .

<sup>(1)</sup>Skizze mit Angabe aller charakteristischen Werte

Gegeben ist die Impulsantwort  $h_1(n) = 3^n \sin^2\left(\frac{\pi}{4}n\right) \varepsilon(n)$  eines LSI-Systems.

2 Pkt. 4.1 Bestimmen Sie die  $z$ -Transformierte  $H_1(z)$ .

Gegeben ist nun die  $z$ -Transformierte  $H_2(z) = \frac{6z^2 - z - 2}{6z^2 - 24}$  eines kausalen LSI-Systems.

2 Pkt. 4.2 Skizzieren<sup>(1)</sup> Sie das Pol-/Nullstellendiagramm. Ist das System stabil?<sup>(2)</sup>

Das Signal  $s(t) = 6 \operatorname{si}^2(3\pi t) - 3 \operatorname{si}(3\pi t)$  soll mit der Rate  $r$  ideal abgetastet werden. Zur Rekonstruktion wird ein Tiefpass  $H_{\text{TP}}(f) = \frac{1}{r} \operatorname{rect}\left(\frac{f}{2f_g}\right)$  verwendet.

2 Pkt. 4.3 Bestimmen und skizzieren<sup>(3)</sup> Sie das Spektrum  $S(f)$ .

1 Pkt. 4.4 Bestimmen Sie die minimale Abtastrate  $r_{\min}$  und die Grenzfrequenz  $f_g$  des Tiefpasses  $H_{\text{TP}}(f)$ , so dass das Signal fehlerfrei rekonstruiert wird.

Das Signal wird nun mit  $r = \frac{9}{2}$  ideal abgetastet. Zur Rekonstruktion wird weiterhin der ideale Tiefpass  $H_{\text{TP}}(f)$  mit  $f_g = \frac{3}{2}$  verwendet.

2 Pkt. 4.5 Skizzieren<sup>(3)</sup> Sie  $S_a(f)$  im Bereich  $-6 \leq f \leq 6$ .

1 Pkt. 4.6 Geben Sie das Ausgangssignal  $g(t) = s_a(t) * h_{\text{TP}}(t)$  an.

<sup>(1)</sup>Skizze mit Angabe aller charakteristischen Werte einschließlich Konvergenzbereich

<sup>(2)</sup>Begründung erforderlich

<sup>(3)</sup>Skizze mit Angabe aller charakteristischen Werte

Gegeben ist ein reellwertiger stationärer Zufallsprozess  $s(t)$  mit Autokorrelationsfunktion

$$\varphi_{ss}(\tau) = \begin{cases} 3 - |\tau| & -2 \leq \tau \leq 2, \\ 1 & \text{sonst.} \end{cases}$$

1,5 Pkt. 5.1 Bestimmen Sie  $|m_s|$ ,  $L_s$ , und  $\sigma_s^2$ .

1,5 Pkt. 5.2 Bestimmen Sie  $\mathcal{E} \{ [s(t) + 2s(t-2)]^2 \}$ .

Nun sei  $s_1(t)$  ein gleichverteilter stationärer Zufallsprozess mit  $m_{s_1} = 0$  und  $L_{s_1} = \frac{4}{3}$ .

1 Pkt. 5.3 Skizzieren<sup>(1)</sup> Sie die Verteilungsdichtefunktion  $p_{s_1}(x)$ .

$s_1(t)$  wird in ein Clipping-System eingespeist, so dass  $g_1(t) = y(s_1(t))$  mit

$$y(x) = \begin{cases} x & \text{für } 0 < x < 1, \\ 1 & \text{für } x \geq 1, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

2 Pkt. 5.4 Skizzieren<sup>(1)</sup> Sie die Verteilungsdichtefunktion  $p_{g_1}(x)$ .

1 Pkt. 5.5 Bestimmen Sie die Leistung  $L_{g_1}$ .

Nun sei  $s_2(t)$  ein stationärer Zufallsprozess mit Leistungsdichtespektrum  $\phi_{s_2s_2}(f) = \frac{N_0}{2}$ .

Weiterhin sei  $g_2(t) = s_2(t) * h_2(t)$  mit  $h_2(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{2} - \frac{1}{2}\right)$ .

2 Pkt. 5.6 Bestimmen Sie  $\varphi_{s_2s_2}(\tau)$  und  $\varphi_{s_2g_2}(\tau)$ .

1 Pkt. 5.7 Geben Sie  $m_{s_2}$  und  $m_{g_2}$  an<sup>(2)</sup>.

<sup>(1)</sup>Skizze mit Angabe aller charakteristischen Werte

<sup>(2)</sup>Begründung erforderlich